

3ème année 2005-2006

## Codes BCH, codes Reed-Solomon

Octobre 2005

Objectifs :

- comprendre les codes cycliques ;
- comprendre les codes BCH et les codes Reed-Solomon.

### ▷ Exercice 1 : Code polynomial

Soit le code linéaire  $\mathcal{C}$  défini par la matrice suivante

$$G = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

1.1 - Ce code est-il un code polynomial ? Si c'est le cas, donner son polynôme générateur.

1.2 - Le code  $\mathcal{C}$  est-il cyclique ?

■

### ▷ Exercice 2 : Code BCH

On se propose de construire un code BCH de longueur 15 corrigeant toutes les configurations de 2 erreurs.

2.1 - Lister les éléments de  $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})[X]/q(X)$  où  $q(X) = X^4 + X + 1$ .

2.2 - Quels polynômes minimaux doivent diviser le polynôme générateur du code que nous cherchons à construire ? Donner ce polynôme générateur.

2.3 - Quel est le rendement de ce code ?

■

### ▷ Exercice 3 : Code de Reed-Solomon

On se propose de construire un code Reed-Solomon de longueur 7 corrigeant toute combinaison de 2 erreurs.

3.1 - On utilisera le polynôme  $q(X) = X^3 + X + 1$  pour définir le corps  $CG(2^3)$  de cardinal 8.

Donner les trois représentations (puissances de  $\alpha$ , racine primitive  $n^{\text{ème}}$  de l'unité, polynôme, et vecteur) de chacun des éléments de  $CG(2^3)$ .

3.2 - Quel est le polynôme générateur de ce code ?

3.3 - Donner la matrice génératrice du code dans le corps  $CG(2^3)$ .

3.4 - Donner un élément du code sous forme de vecteur d'éléments de  $K(2^3)$ . Donner sa représentation sous forme de vecteur binaire.

3.5 - Quelles sont les capacités de correction du code vis-à-vis des symboles de  $CG(2^3)$  ? Vis-à-vis des symboles binaires ?

■